

ポアソンエラー発生器の性能保証技術 -FEC能力による性能評価-

By 黒田 政廣

古家 隆志

TABLE OF CONTENTS;

1. はじめに
2. ランダムエラー挿入原理
 - 2.1 2項分布、ポアソン分布
 - 2.2 ポアソン分布と誤り率
3. χ^2 検定によるポアソン分布の適合度検定
4. χ^2 検定の理論
 - 4.1 ポアソン分布の母数の推理
5. ポアソン分布に対する適合度検定の適用例
 - 5.1 ポアソン分布に適合する例
 - 5.2 ポアソン分布に適合しない例
6. 最後に

1. はじめに

一般的にランダムなエラー(実回線で起こりうるエラー)の訂正にはブロック符号に分類される誤り訂正符号が用いられます。ITU-T G.709 Optical Transport Network (OTN)では誤り訂正(FEC: Forward Error Correction)技術としてリードソロモン符号RS(255,239)を採用しています。リードソロモン符号はブロック符号であるため、ランダムエラーを擬似的に発生させなければ、誤り訂正の性能と理論値曲線との比較など、FEC デコーダの性能を評価することができません。図1のような理論値曲線は、ランダムエラーの発生を条件に算出されています。ある誤り率でエラーを挿入しようとしても、等間隔的にエラーを発生するような条件では、FEC の性能を正しく評価することができません。そこで、ランダムにエラーを発生し、訂正可能・不可能状態を作り出すことが必要となります。ランダムエラーの誤り率は、長時間の区切りにおいて満たされます。ごく短時間における誤り率は設定値に対して変動することになります。これは実回線に近い状態であり、FECの性能を評価するために適した条件となります。

このようなランダム誤り発生装置をポアソン誤り発生装置と呼ぶこともあります。

ところが、実際のポアソン誤り発生装置が発生するランダム誤りは、評価方法に依存するとはいえ、ポアソン分布しないことがあります。そこで、ランダム誤り発生装置が発生するランダム誤りがポアソン分布に適合しているのかどうかを客観的に評価する方法が望まれていました。そのような評価を目的とした適合度検定にはいくつかの方法が知られていますが、本ペーパーでは、ITU-T O.182(OTN測定器規格)で採用された仮説検定の一種である χ^2 検定によるポアソン分布の適合度検定について説明します。

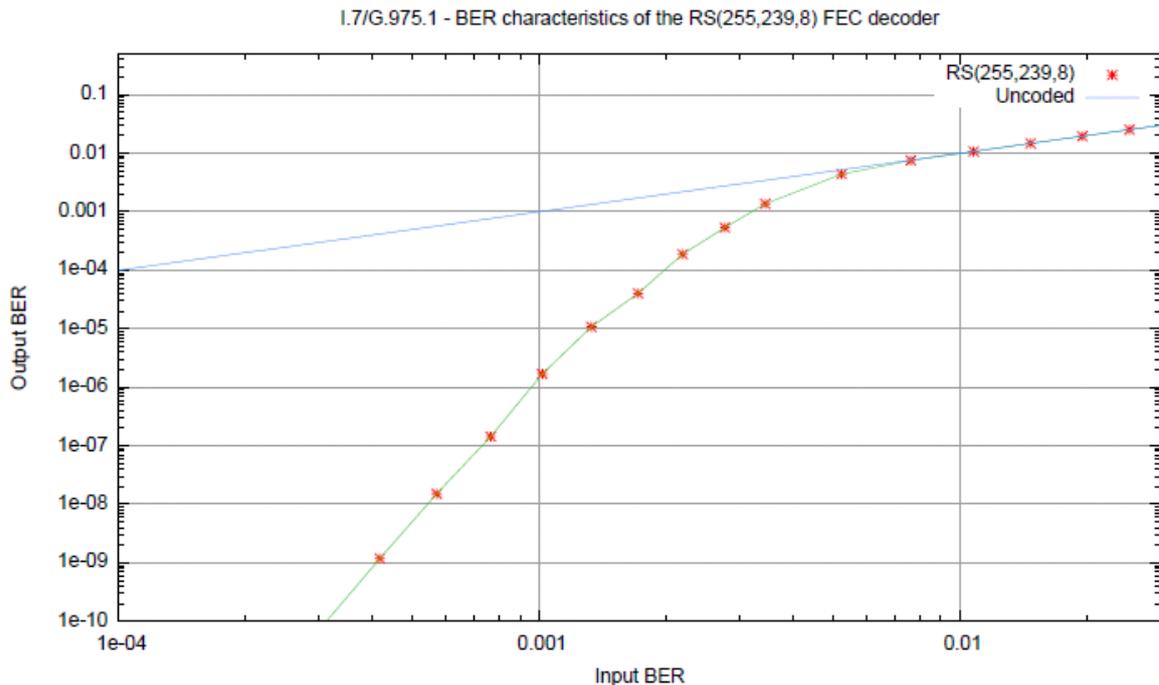


図1 Output-Input BER

2. ランダムエラー挿入原理

前述のようにランダムエラー挿入方法は、実回線で発生するエラーに近い状態を作り出す方法です。等間隔または意図的な配列でエラーを挿入する方法に対し、ランダムエラー挿入の場合は、ある単位時間ではエラーのない状態があり、十分長い時間でみるとある適切なエラーレートを満たしています。(図2参照)

誤り率: $1/n$ とすると

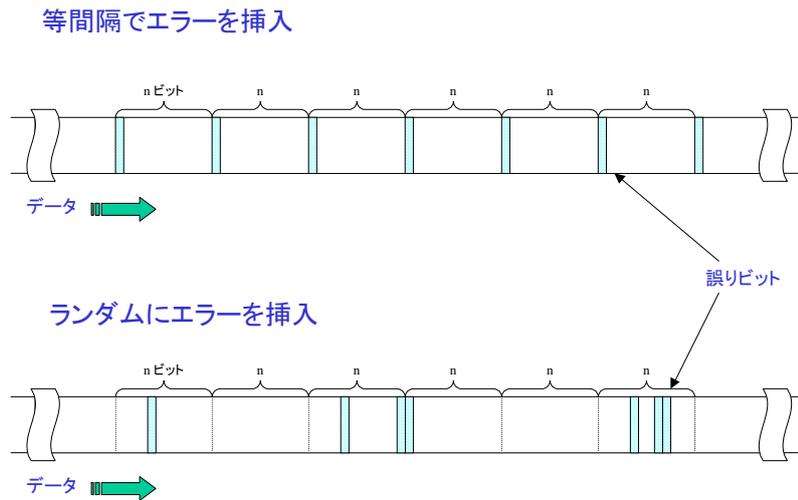


図2 エラー挿入について

2.1 2項分布、ポアソン分布

現象が2通り(A,B)あり、試行の繰り返しが毎回独立(=前回までの結果が、次の結果に影響しないこと)で、A という結果が得られる確率 p が各試行を通じて一定であるとき、これをベルヌーイ試行(Bernoullitrials)といいます。たとえば、オセロの駒を繰り返し投げて、白が出るかどうか考えてみます。駒にゆがみが無く、白と黒の塗料の重さが等しいとすると、白が出る確率 $p = 1/2$ のベルヌーイ試行となります。

n 回の試行で、A という結果が k 回得られる確率は次のように表されます。この確率分布を2項分布といいます。式(1)で表されます。ここで、 μ : 平均値、 σ^2 : 分散とします。

$$f(n, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \begin{cases} \mu = np \\ \sigma^2 = np(1-p) \end{cases} \quad (1)$$

式(1)を誤りの発生を例にして解説すると、「 n ビットの中に、 k ビットの誤りが発生する確率の分布」となります。しかし、式(1)の計算は n の拡大とともに複雑になりますので、この式に値を入れて直接計算することはきわめて困難です。

そこで、 $\lambda = np$ とし、 λ は一定の値であるとします。これは、 n が大きくなると p は小さくなり、 n が小さくなると p が大きくなることを示しています。 $n = \infty$ 、 $p = 0$ となるような2項分布の極限分布を考えると、以下の式が導かれます。

$$f(k; \lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad \begin{cases} \mu = \lambda \\ \sigma^2 = \lambda \end{cases} \quad (2)$$

式(2)で示される確率分布をポアソン分布と呼びます。 λ は一定ですので、変数 k による分布として表されます。ポアソン分布と2項分布を関連づけるため、 λ に np を代入すると、

$$f(k; np) = e^{-(np)} \frac{(np)^k}{k!} \quad (3)$$

が得られます。

npを固定した場合の確率変数kの分布 Poisson distribution

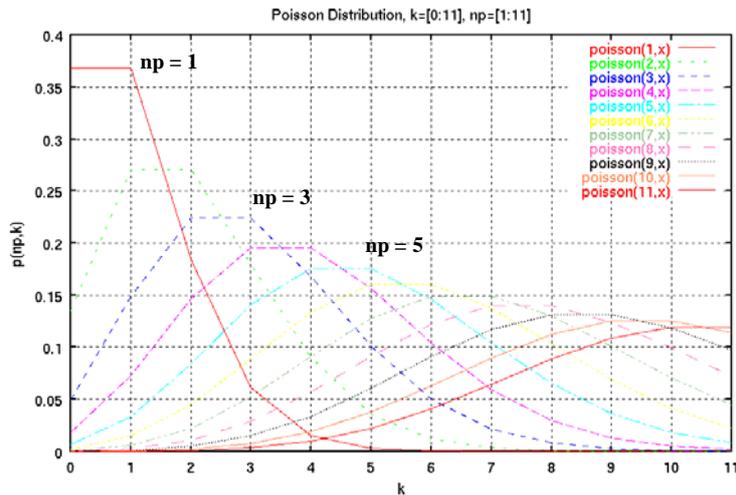


図3 ポアソン分布

図3は、ポアソン分布をグラフで表したものです。このグラフは、ある平均値 np に対して現象が k 回発生する確率の分布を示しています。

たとえば打率3割の野球選手が、ある10打席に k 本のヒットを打つ確率を考えます。

$\lambda = np = 10 \times 0.3 = 3$ となり平均3本のヒットを打つこととなります。しかし、10打席で8本の場合もあれば、1本の場合もあります。このような条件の下で、この選手がある10打席に5本のヒットを打つ確率は、式(3)より

$$f(k=5; np=3) = e^{-(3)} \frac{(3)^5}{5!} = 0.1008188..... \quad (4)$$

と算出されます。約10%の確率で、ある10打席に5本のヒットを打つこととなります。

この結果は図3の“poisson(3,x)”グラフで表される確率分布となります。“poisson(3,x)”のグラフより、

この選手が平均3本のヒットを打つことから $k = 3$ のところでピークが来ています。ある10打席で3本のヒットを打つ確率が22.4%ということになります。また、ヒットの数が増えても減っても確率は下がることが分かります。

2.2 ポアソン分布と誤り率

ランダムエラーの発生とポアソン分布を関連づけてみます。

p はエレメント誤り率(誤り率)として表されます。 np は、フレーム長 n ビットの場合の平均誤りビット数 μ を表します。たとえば、 p を固定した場合 $n = \mu / p$ となります。

図3へ誤り率の例を当てはめたものを図4へ示します。誤り率 $p: 1 \times 10^{-3}$ で一定とした時、平均誤りビット数を1,2,3,.....ビットとしていくと、フレーム長 n は $1 \times 10^3, 2 \times 10^3, 3 \times 10^3, \dots$ ビットとなります。

npを固定した場合の確率変数kの分布 Poisson distribution

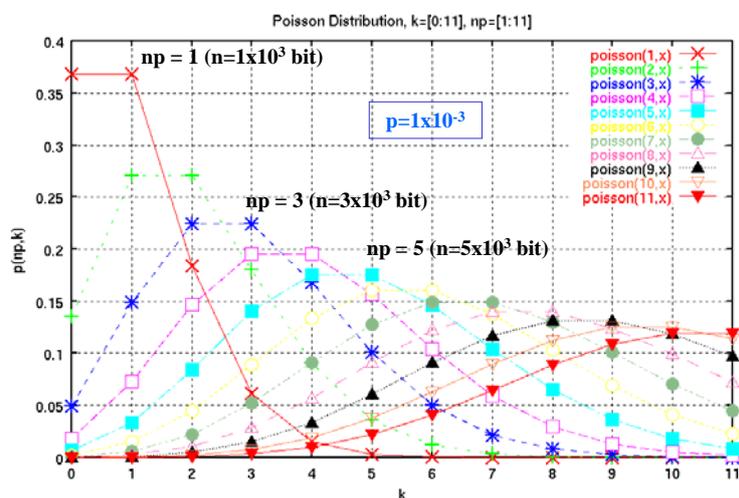


図4 $p = 1 \times 10^{-3}$ とした時の分布

k は誤りビット数を示しています。平均誤りビット数 $np = 1$ ビットの時($\text{poisson}(1,x)$)、 $k = 1$ ビット誤る確率がピークとなります。 $k = 2$ はある 1×10^3 ビット中で2 ビット誤る確率となり、確率は低くなります。同様に考えて、 $np = 5$ ビットの時($\text{poisson}(5,x)$)、 $k = 5$ ビット誤る確率がピークとなります。ある 5×10^3 ビット中で5 ビット以上または以下の誤りを発生する確率は低くなります。

この確率分布に基づいて、ランダムエラーを発生させることができます。

また、別の観点から誤り率とポアソン分布を関連づけてみます。誤りビット数 k を固定とし、平均誤りビット数 np が変化した時のポアソン分布を図5に示します。

kを固定した場合の確率変数npの分布 Poisson distribution

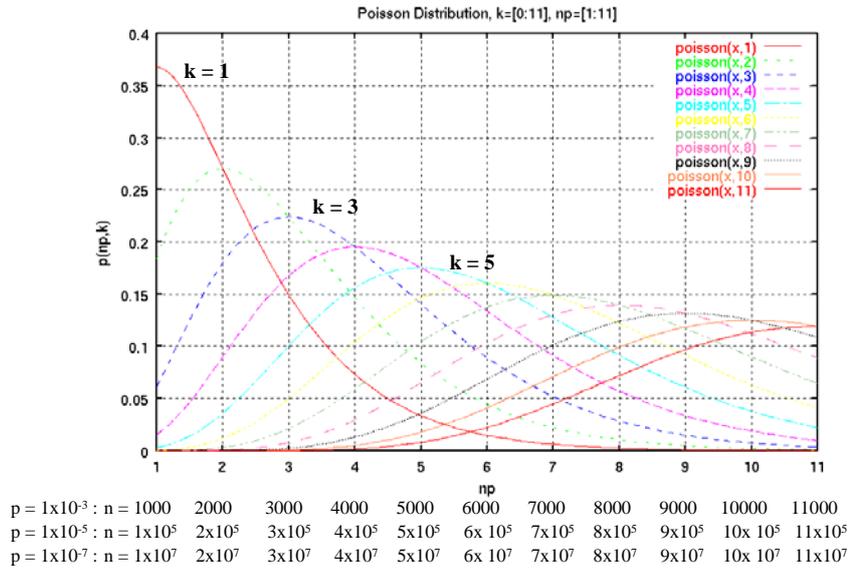
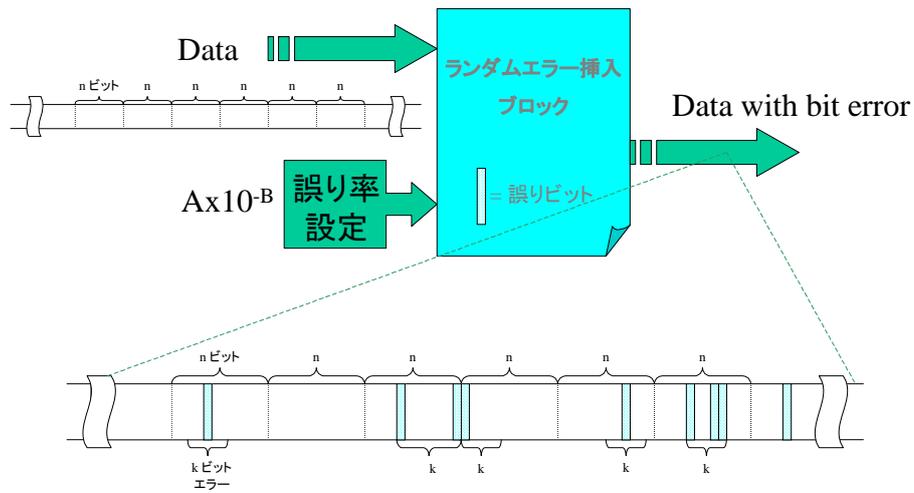


図5 npを変数として考慮したポアソン分布

図5: poisson(x,1)は、np においてk=1 ビット誤る確率分布を示しています。誤り率 $p = 1 \times 10^{-3}$ で固定(平均して1000 ビット中1 ビット誤る)とすると、 $n = 1000$ ビットでピークとなります。np = 2の時は2000ビット中で1 ビット誤る確率となり、np = 1 の時よりも低くなります。同様にpoisson(x,3)は、k = 3 ビット誤る確率分布を示し、誤り率 $p = 1 \times 10^{-3}$ で固定とすると、 $n = 3000$ ビットでピークとなります。

実際のランダムエラーの挿入イメージは図6のようになります。



データを n ビットのブロックに区切った時、各ブロックに挿入されている誤りビット数は、ポアソン分布している。

図6 ランダムエラー挿入イメージ

データを n ビットのブロックに区切った時、各ブロックに挿入されている誤りビット数 k がポアソン分布しています。平均誤りビット数 np の値により、誤りビット数 k が図4のどのグラフ上を分布しているのかがわかります。

3. χ^2 検定によるポアソン分布の適合度検定

「ポアソン誤り発生装置」と称するランダム誤り発生装置が、発生するランダム誤りは必ずしもポアソン分布しないことがあります。そこで、ランダム誤り発生装置が発生するランダム誤りの分布特性を客観的に評価する方法が望まれていました。確率分布の分布特性を評価する方法は「適合度検定(test of goodness of fit)」として知られています。ここで言う、適合度検定とは得られた標本がある仮説(hypothesis) にもとづく分布特性から得られたものかどうかを客観的に調べる方法です。

さて、適合度検定の方法はいくつか知られていますが、本ペーパーではITU-T O.182 (OTN測定器規格)で採用された χ^2 検定による適合度検定について説明します。

分布特性の仮説をたてて、有限個の観測データの標本から仮説が正しかったかどうかを判定することは仮説検定(hypothesis test) として知られています。 χ^2 検定による適合度検定は仮説検定の一手法に過ぎませんが、最も代表的な仮説検定法のひとつでもあります。 χ^2 検定による適合度検定がすべての分布に適する、つまり万能な検定方法でないことは他の検定方法と同様です。幸い、 χ^2 検定による適合度検定は分布がポアソン分布するときは最も優れた検定方法の一つです。実際、分布の仮説としてポアソン分布を選んだ場合、その仮説検定は χ^2 検定による適合度検定を採用する人が多い。

すでに述べたように、ポアソン分布の唯一の母数である λ は観測時間 n を任意に定めることによって自由に選ぶことができます。ところで、ポアソン分布に対して適合度検定を実施する場合、適度な λ が存在します。具体的には λ は

$$5 \leq \lambda \leq 20 \quad (5)$$

の範囲に選ぶことが推奨されます。特に上式の下限は必ず満たさなければなりません。

これに対して上式の上限は観測時間の制限から導かれるものであり、必ずしも満たされなければならいものではありません。事情が許す場合、つまり観測時間の増大が問題にならない場合は上の式で与えられる λ の上限は必ずしも満たされなくてもかまいません。

λ が小さいとポアソン分布の分布が左寄りになって、結果として観測度数の項目数が少なくなります。ここで、観測度数とは観測時間を n とした場合に、 k 個(0個を含む)の誤りが生じた度数のことです。観測度数の詳しい説明は後で述べます。

適合度検定を行う場合、観測度数の項目数は5以上必要だと言われています。

この条件は、ある意味で経験則に基づくものですが、仮説検定の結果の信頼性を一定の水準に保つ必要があります。実際、 χ^2 検定は大標本理論(large sample theory) に基づくものなので、標本サイズ(sample size) が小さいと検定の信頼性が損なわれます。

一方、 λ を必要以上に大きく選ぶと、その結果として観測度数の項目数が増大し、逆に個々の項目の度数は小さくなります。勿論、個々の項目の度数は観測の回数を増やすことによっていくらかでも大きくできますが、それは結果的に観測時間の増大を招きます。 χ^2 検定による適合度検定を行う場合、この個々の度数は少なくとも5以上であることが望ましいとされています。この制約は χ^2 検定による適合度検定を行う場合のもう一つの制約です。この制約もまた、適合度検定の結果の信頼度を一定の水準に保つために必要となります。

4. χ^2 検定の理論

いま、 f_1, f_2, \dots, f_j および e_1, e_2, \dots, e_j をそれぞれ N 回の試行によって得られた観測度数および期待度数とします。ただし、 j は可能な生起の分類数です。ここで、次式で与えられる値

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^j \frac{(f_i - e_i)^2}{e_i} \quad (6)$$

は試行回数 N の増大とともに自由度(degrees of freedom) $\nu = j - 1 - t$ の χ^2 分布に漸近します。ただし t は推定した母数の個数となります。一般に、ポアソン分布の適合度検定を行う場合、母数 λ は標本から推定されるので、その場合の自由度は $\nu = j - 2$ となります。

式から明らかですが、上の式で求めた χ^2 は観測標本が、あらかじめ立てた仮説に適合するに従って小さくなります。通常はあり得ませんが、仮に上の式で求めた χ^2 が 0 になる場合、観測標本の分布が仮説の分布と完全な一致をしていることを示します。 χ^2 検定による適合度検定とはまさに、上の式で求めた χ^2 値をもとに仮説検定する手法と言えます。

さて、 χ^2 分布は、ガンマ分布において同分布のパラメータを $\alpha = \nu/2$ 、 $\beta = 2$ とした場合に相当するから

$$\chi^2(x) = Ga(x) = \begin{cases} \frac{x^{\nu/2-1} e^{-x/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

で与えられます。ただし、 ν は χ^2 分布の自由度を表します。また、 $\Gamma(\alpha)$ はガンマ関数(gamma function)と呼ばれる関数で、次式で定義されます。

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (8)$$

ところで、 $\Gamma(\alpha+1) = \alpha \Gamma(\alpha)$ であるから、 α が整数の場合 $\Gamma(\alpha+1) = \alpha!$ となって、ガンマ関数の値を階乗(factorial)によって求めることができます。この性質によりガンマ関数は階乗関数(factorial function)と呼ばれることがあります。

ところで、 χ^2 分布関数は確率密度関数でもあるので、面積が 1 になる関数でもあります。つまり、

$$\int_0^{\infty} \chi^2(x) dx = 1. \quad (9)$$

です。

χ^2 分布関数のある値 $\chi^2 \alpha$ から右すその面積、つまり不完全積分(incomplete integration) を α で表すと、

$$\alpha = \int_{\chi^2 \alpha}^{\infty} \chi^2(x) dx. \quad (10)$$

となります。 χ^2 分布関数の全面積は 1 ですから、上の式で与えられる α は面積比率を表すこととなります。この α を有意水準(significance level) と呼びます。一般に、有意水準は α を 100 倍したもの、つまりパーセンテージで表すことが多いので本ペーパーでもその流儀に従います。

χ^2 分布関数は単調な連続関数であるから有意水準 $100 \times \alpha$ が定まると $\chi^2 \alpha$ が求まります。この $\chi^2 \alpha$ を有意点(significance point)、限界点(critical point)、パーセント点(percent point) などと呼びます。有意水準から有意点を求める計算は必ずしも簡単とは言えないので多くの統計学の書籍では巻末に χ^2 分布関数の表を掲載しています。正確には、その表は有意水準と自由度から有意点を求める表です。図 7 に自由度 $\nu = 10$ に対する χ^2 分布関数の例を示します。

χ^2 検定による適合度検定とは有意水準から求まる有意点を基準に、以下の判定をすることで

す。

$$H_0 = \begin{cases} \text{accept} & \text{if } \chi^2 \leq \chi_\alpha^2 \\ \text{reject} & \text{if } \chi^2 > \chi_\alpha^2 \end{cases} \quad (11)$$

ここに H_0 は帰無仮説(null hypothesis) です。つまり、式(6) で求めた χ^2 が有意水準 $100 \times \alpha$ で求まる有意点 χ^2_α 以下なら帰無仮説は採択(accept) され、逆に χ^2 が有意点を越える場合、帰無仮説は棄却(reject) されます。

4. 1 ポアソン分布の母数の推定

ポアソン分布に対して適合度検定を行う場合、母数 λ が既知であることはまれです。従って、通常は観測した標本から母数を推定する必要があります。

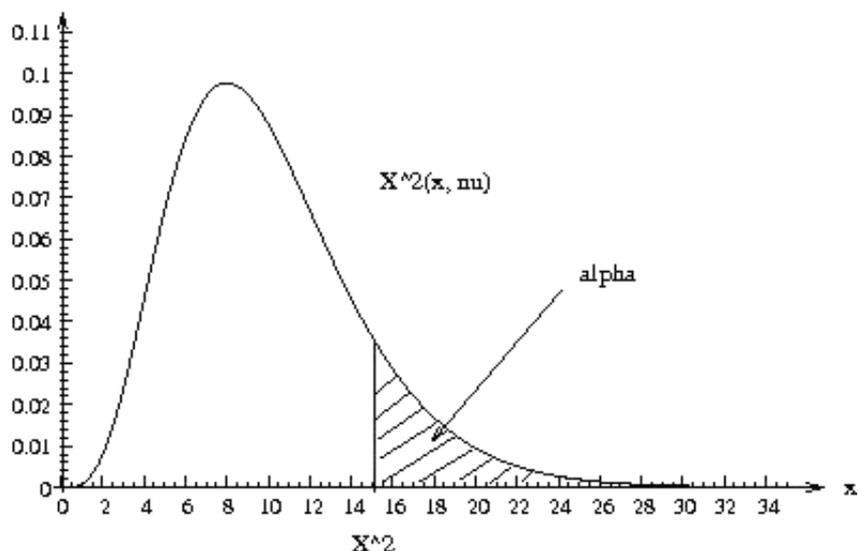


図7: χ^2 distribution function

ポアソン分布の母数推定では最尤推定(maximum likelihood estimation) と1次の積率(.rst moment)、つまり標本平均(sample mean) とが一致することが知られています。従って、ポアソン分布の母数は次式で容易に推定することができます。

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^j i \cdot f_i \quad (12)$$

ただし、上の式の N は標本サイズを表します。

適合度検定を行う場合、母数が与えられたものであるか、それとも観測した標本から推定されたものであるかにかかわらず、その母数を使って期待度数(expected frequency) を計算で求める必要があります。

確定された母数 $\hat{\lambda}$ をもとに計算されるポアソン分布の k 番目の確率 p_k は次式で与えられます。

$$p_k = e^{-\hat{\lambda}} \frac{\hat{\lambda}^k}{k!} \quad (13)$$

これより、 k 番目の期待度数は

$$e_k = N \cdot p_k \quad (14)$$

で与えられます。

5. ポアソン分布に対する適合度検定の適用例

ここではポアソン分布に対する適合度検定の適用例を2例示します。最初の例は有意水準5%でポアソン分布に適合する例です。もう一つの例は有意水準5%でポアソン分布に適合しない例です。

表1: サンプル

k	Observed frequency f_k	Expected frequency $e_k = np_k$	Probability p_k
5	1	1.184	0.000967
6	9	3.114	0.008704
7	7	7.019	0.006770
8	9	13.842	0.008704
9	20	24.267	0.019342
10	32	38.287	0.030948
11	56	54.916	0.054159
12	78	72.203	0.075435
13	93	87.630	0.089942
14	107	98.756	0.103482
15	112	103.875	0.108317
16	83	102.431	0.080271
17	102	95.065	0.098646
18	75	83.328	0.072534
19	70	69.195	0.067698
20	55	54.587	0.053191
21	40	41.012	0.038685
22	26	29.412	0.025145
23	24	20.176	0.023211
24	16	13.264	0.015474
25	4	8.371	0.003868
26	6	5.080	0.005803
27	5	2.968	0.004836
28	3	1.673	0.002901
29	0	0.910	0.000000
30	1	0.479	0.000967
Total	$\sum f_k = 1034$	$\sum e_k = 1033.040$	$\sum p_k = 1.000000$

どちらの例もエレメント誤り率 $pe = 10^{-8}$ 、標本サイズ $N > 1000$ の条件で、実際のポアソン誤り発生装置を用いて標本抽出したものです。また、どちらの例も観測時間 n を同観測時間で生起する平均誤り数が $\lambda = 16$ となるよう選んでいます。つまり、観測時間を $n = \lambda / pe$ に設定して標本抽出しています。

ところで、ここで言う観測時間とは離散時間の意味です。具体的にはクロック数のことになります。

5.1 ポアソン分布に適合する例

最初は、第1番目のポアソン誤り発生装置を用いて標本抽出した例を示します。表1にそのときの標本を示します。

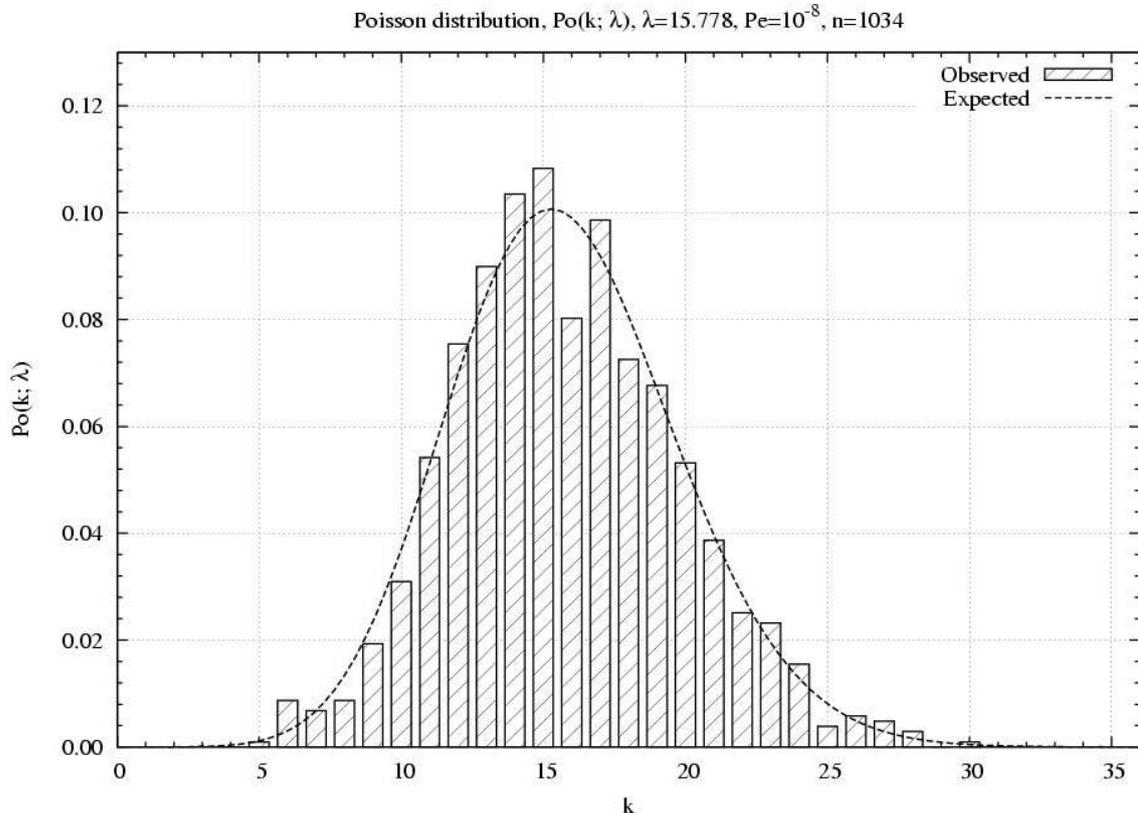


図8 サンプル 1

また、図8は表1のデータに基づいて描いたグラフです。図のヒストグラムが観測度数から求まる確率を、波線が標本平均 $\hat{\lambda}$ を用いて描いたポアソン分布関数をそれぞれ表します。ポアソン分布は本来、離散分布であるが図を見やすくするためガンマ分布関数で補間して描いています。表の第1列の数値は n 観測時間で誤りが観測された誤り数 k を表します。表の第2列の数値は n 観測時間で k 個の誤りが観測された回数、つまり観測度数を表します。表の第3列の数値は観測標本を用いて計算されたポアソン分布の平均誤り数の推定値 $\hat{\lambda}$ から計算で求めた n 観測時間で k 個の誤りが観測される期待度数を表します。つまり、この期待度数は次式で計算された度数となります。

$$e_k = e^{-\hat{\lambda}} \frac{\hat{\lambda}^k}{k!} \cdot N$$

ただし、上の式の N は標本サイズを表します。表の第4列の数値は n 観測時間で k 個の誤りが観測されたときの実際の確率を表します。この確率は単純に次式によって求めたものです。

$$p_k = f_k / N$$

表の最下行は各項目の総和を表します。第2列の総和は観測度数の総和で標本サイズ N のものです。第3列の総和は期待度数の総和です。

表2 サンプル 1

k	Observed frequency f_k	Expected frequency $e_k = np_k$	Deviation $(f_k - e_k)^2 / e_k$
≤ 7	17	11.808	2.283
8	9	13.842	1.694
9	20	24.267	0.750
10	32	38.287	1.032
11	56	54.916	0.021
12	78	72.203	0.465
13	93	87.630	0.329
14	107	98.756	0.688
15	112	103.875	0.636
16	83	102.431	3.686
17	102	95.065	0.506
18	75	8.328	0.832
19	70	69.195	0.009
20	55	54.587	0.003
21	40	41.012	0.025
22	26	29.412	0.396
23	24	20.176	0.725
24	16	13.264	0.565
25	4	8.371	2.282
≥ 26	15	11.578	1.012
Total	$\sum f_k = 1034$	$\sum e_k = 1034.000$	$\chi^2 = \sum (f_k - e_k)^2 / e_k = 17.939$

観測度数の総和と期待度数の総和に若干の差があるのは不自然ではありません。なぜなら、前者の総和は標本サイズであり、後者の総和は k の範囲が $5 \leq k \leq 30$ の期待度数の総和だからです。明らかに観測度数の総和と期待度数の総和の差は次式で与えられます。

$$\sum_{k=5}^{30} f_k - \sum_{k=5}^{30} e_k = \sum_{k=0}^4 e_k + \sum_{k=31}^{\infty} e_k = N \sum_{k=0}^4 e^{-\hat{\lambda}} \frac{\hat{\lambda}^k}{k!} + N \sum_{k=31}^{\infty} e^{-\hat{\lambda}} \frac{\hat{\lambda}^k}{k!}$$

ここで、表1の $k \leq 6$ および $k \geq 27$ の行の期待度数が5未満であることに注意したい。 χ^2 検定による適合度検定を行う場合、期待度数は5以上でないと検定結果の信頼性を損なうことはすでに示しました。そこで、表の組み替えが必要となります。表1における $5 \leq k \leq 6$ 行を $k=7$ と併合し、さらに $27 \leq k \leq 30$ を $k=26$ の行と併合して表1を再構成したものを表2に示します。表2の第4列は観測度数と期待度数の差分を表します。この差分の総和が χ^2 です。この表に基づいて適合度検定を行った結果を表3に示します。この標本では有意水準5%で帰無仮説は採択(accept) されます。

表3 サンプル1の適合度検定結果

項目	シンボル	値
Sample size	N	1034
Estimated λ	$\hat{\lambda}$	15.7776
Degrees of freedom	ν	18 ($k = 7, \dots, 26$)
Chi-square	χ^2	17.9395 (tail-area = 45.96%)
Significance level	α	5.0%
Significance point	χ_{α}^2	28.8693
Hypothesis	H_0	適合

5.2 ポアソン分布に適合しない例

次に第2番目のポアソン誤り発生装置を用いて標本抽出した例を示します。表4はそのときの標本です。表の数値の意味は前例と同様です。

また、図9は表4のデータに基づいて描いたグラフです。グラフの意味は前例と同様です。

ここで、表4の $k \leq 6$ および $k \geq 27$ の行の期待度数が5未満であることに注意してください。そこで、前例と同様に表の組み替えが必要になります。表4における $0 \leq k \leq 6$ の行を $k=7$ と併合し、さらに $27 \leq k \leq 45$ の行を $k=26$ の行と併合して表4を再構成したものを表5に示します。

この表に基づいて適合度検定を行った結果を表6に示します。この標本では有意水準5%で帰無仮説は棄却(reject) されます。

表4 サンプル2

	Observed frequency f_k	Expected frequency $e_k = np_k$	Probability p_k
0	1	0.000	0.000977
2	2	0.016	0.001953
3	9	0.087	0.008789
4	17	0.346	0.016602
5	14	1.099	0.013672
6	20	2.906	0.019531
7	36	6.590	0.035156
8	39	13.076	0.038089
9	51	23.062	0.049805
10	41	36.607	0.040039
11	62	52.824	0.060547
12	51	69.873	0.049805
13	74	85.315	0.072266
14	65	96.730	0.063477
15	65	102.360	0.063477
16	59	101.547	0.057617
17	60	94.816	0.058594
18	39	83.612	0.038089
19	43	69.851	0.041992
20	33	55.438	0.032227
21	37	41.903	0.036133
22	29	30.233	0.028320
23	24	20.865	0.023438
24	26	13.800	0.025391
25	20	8.762	0.019531
26	25	5.349	0.024414
27	19	3.145	0.018555
28	12	1.783	0.011719
29	9	0.976	0.008789
30	8	0.516	0.007812
31	10	0.264	0.009766
32	7	0.131	0.006836
33	5	0.063	0.004883
34	1	0.029	0.000977
35	1	0.013	0.000977
36	3	0.006	0.002930
37	3	0.003	0.002930
41	1	0.000	0.000977
42	2	0.000	0.001953
45	1	0.000	0.000977
Total	$\sum f_k = 1024$	$\sum e_k = 1024.000$	$\sum p_k = 1.000000$

表5 サンプル2

k	Observed frequency f_k	Expected frequency $e_k = np_k$	Deviation $(f_k - e_k)^2 / e_k$
≤ 7	99	11.047	700.225
8	39	13.076	51.394
9	51	23.062	33.844
10	41	36.607	0.527
11	62	52.824	1.594
12	51	69.873	5.098
13	74	85.315	1.501
14	65	96.730	10.408
15	65	102.360	13.636
16	59	101.547	17.827
17	60	94.816	12.784
18	39	83.612	23.803
19	43	69.851	10.322
20	33	55.438	9.081
21	37	41.903	0.574
22	29	30.233	0.050
23	24	20.865	0.471
24	26	13.800	10.787
25	20	8.762	14.415
≥ 26	107	12.280	730.624
Total	$\sum f_k = 1024$	$\sum e_k = 1024.000$	$\chi^2 = \sum (f_k - e_k)^2 / e_k = 1648.963$

表6 サンプル2の適合度検定結果

項目	シンボル	値
Sample size	N	1024
Estimated λ	$\hat{\lambda}$	15.873
Degrees of freedom	ν	18 ($k = 7, \dots, 26$)
Chi-square	χ^2	1648.96 (tail area = 0.00%)
Significance level	α	5.0%
Significance point	χ_{α}^2	28.8693
Hypothesis	H_0	不適合

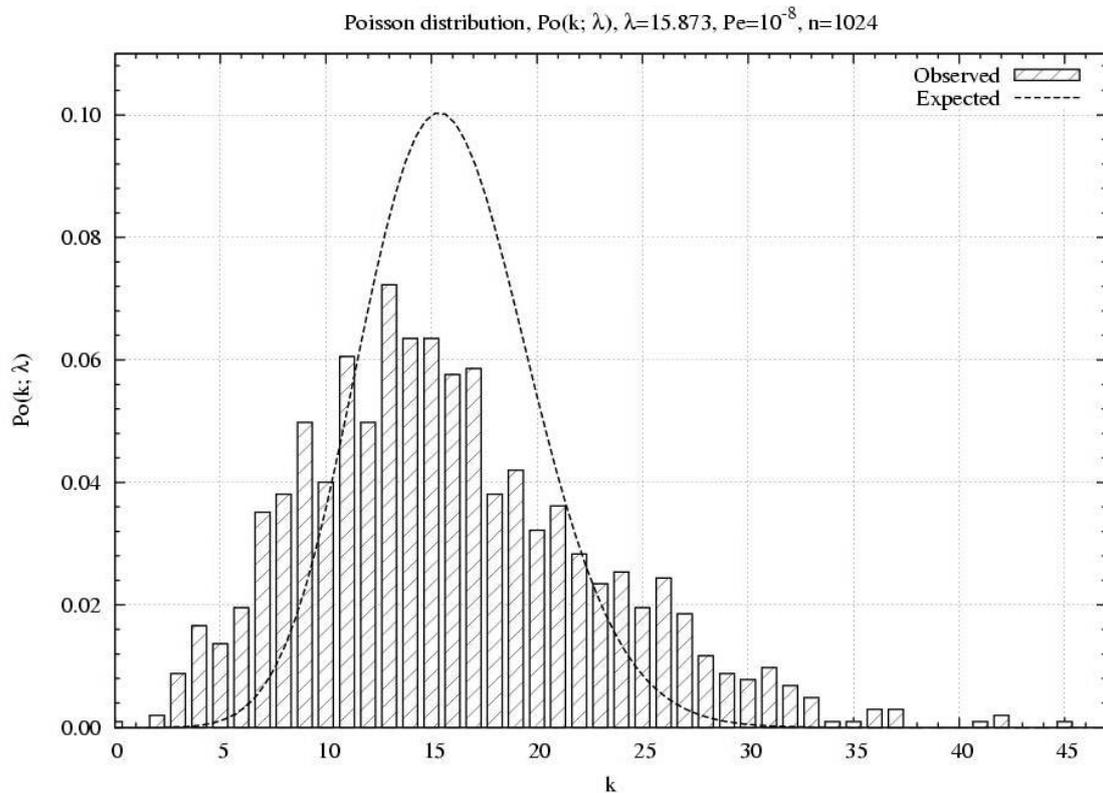


図9 サンプル2

6. 最後に

いままで説明してきたポアソンエラー発生器の検証方法が、Optical Transport Network(OTN)の評価に関する規格であるITU-T O.182に、2007年3月に採用されました。

次世代光伝送技術であるOTNが2001年2月にITU-T G.709で標準化されたのを機に、各メーカーは、OTN測定器を次々と市場投入してきました。OTNの通信方式では、Forward Error Correction(FEC)と呼ばれるエラー訂正機能を備えています。FEC性能を正確に評価するためには、ランダムエラー挿入機能を持つ測定器で評価する必要があります。ところが挿入するエラーのランダム性はメーカーによって異なり、測定結果にばらつきが生じるなどの課題があり、FEC性能評価方法の標準化が求められていました。このような状況を解決するため、ポアソン分布によるランダムエラーを挿入することで、正しい測定結果が得られることを実証し、測定の標準化提案を行い採用されました。FEC評価用のランダムエラー挿入機能を持つネットワークパフォーマンステスト MP1590B および 40G アナライザ MP1595A には、当然この機能が搭載されています。さらにポアソンエラー発生器の検証方法を提案し、正確なFEC性能評価測定できるようになりました。今回新たに開発したポアソンエラー発生器の検証方法は、アンリツの所有する特許をITU-Tに無償提供しています。アンリツは、今後もこうした標準化への取り組みを積極的に行い、世界の通信の発展に貢献していきます。

References

- [1] Paul G. Hoel, "Introduction to Mathematical Statistics," *John Wiley & Sons*, 1984.
- [2] George P. Wadsworth and Joseph G. Bryan, "Applications of Probability and Random Variables," *McGraw-Hill, Inc.*, 1974.
- [3] Harald Cramér, "Mathematical Methods of Statistics," Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1974.
- [4] Abramowitz and Stegun, "Handbook of Mathematical Functions," *National Bureau of Standards*, 1970.
- [5] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. "Numerical Recipes in C," *Cambridge University Press*, 1992.



お見積り、ご注文、修理などのお問い合わせは下記まで。記載事項はおことわりなしに変更することがあります。

アンリツ株式会社

<http://www.anritsu.co.jp>

本社	TEL046-223-1111	〒243-8555	神奈川県厚木市恩名5-1-1
T&M営業本部			
第1営業部	046-296-1202	243-0016	神奈川県厚木市田村町8-5
第2営業部	046-296-1203	243-0016	神奈川県厚木市田村町8-5
第3営業部	03-5320-3560	160-0023	東京都新宿区西新宿6-14-1 新宿グリーンタワービル
第4営業部	03-5320-3567	160-0023	東京都新宿区西新宿6-14-1 新宿グリーンタワービル
ネットワークス営業本部			
第1営業部	046-296-1205	243-0016	神奈川県厚木市田村町8-5
第2営業部	03-5320-3551	160-0023	東京都新宿区西新宿6-14-1 新宿グリーンタワービル
第3営業部	03-5320-3565	160-0023	東京都新宿区西新宿6-14-1 新宿グリーンタワービル
東京支店	03-5320-3559	160-0023	東京都新宿区西新宿6-14-1 新宿グリーンタワービル
北海道支店	011-231-6228	060-0042	札幌市中央区大通西5-8 昭和ビル
東北支店	022-266-6131	980-0811	仙台市青葉区一番町2-3-20 第3日本オフィスビル
関東支社	048-600-5651	330-0081	さいたま市中央区新都心4-1 FSKビル
千葉営業所	043-351-8151	261-0023	千葉市美浜区中瀬1-7-1 住友ケミカルエンジニアリングセンタービル
東関東支店	029-825-2800	300-0034	土浦市港町1-7-23 ホープビル1号館
新潟支店	025-243-4777	950-0916	新潟市米山3-1-63 マルヤマビル
中部支社	052-582-7281	450-0002	名古屋市中村区名駅3-22-4 みどり名古屋ビル
関西支社	06-6391-0111	532-0003	大阪市淀川区宮原4-1-14 住友生命新大阪北ビル
東大阪支店	06-6787-6677	577-0066	東大阪市高井田本通7-7-19 昌利ビル
中国支店	082-263-8501	732-0052	広島市東区光町1-10-19 日本生命光町ビル
四国支店	087-861-3162	760-0055	高松市観光通2-2-15 第2ダイヤビル
九州支店	092-471-7655	812-0016	福岡市博多区博多駅南1-3-11 博多南ビル

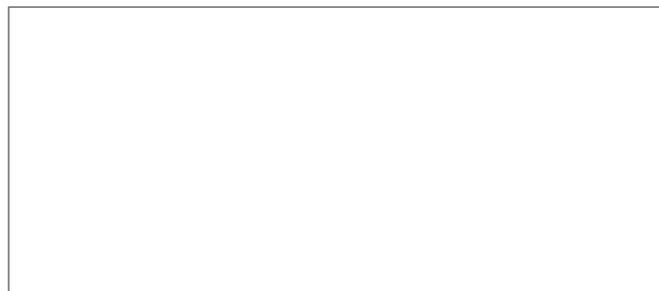
計測器の使用法、その他についてのお問い合わせは下記まで。

計測サポートセンター

TEL: 0120-827-221、FAX: 0120-542-425
受付時間/9:00~17:00、月~金曜日(当社休業日を除く)
E-mail: MDVPOST@cc.anritsu.co.jp

●ご使用前に取扱説明書をよくお読みの上、正しくお使いください。

0604



■本製品を国外に持ち出すときは、外国為替および外国貿易法の規定により、日本政府の輸出許可または役務取引許可が必要となる場合があります。また、米国の輸出管理規則により、日本からの再輸出には米国商務省の許可が必要となる場合がありますので、必ず弊社の営業担当までご連絡ください。

No. MP1591A_DDJ-J-R-1-(1.00) **公知** 2007-3 AKD



古紙配合率70%再生紙を使用しています。