アレー信号処理による高分解能到来方向推定技術

High-Resolution DF Techiniques using Array Signal Processing

UDC 621.396.677.3: 621.396.663

成 瀬 尚	史	Naofum i Naruse	研究所	情報セキュリティ技術プロジェクトチーム
村上	徹	Tohru Murakami	研究所	情報セキュリティ技術プロジェクトチーム

1 まえがき

近年,携帯電話をはじめとする移動体通信の加入者数は増加しており,電波の不法利用による公衆通信システムへの悪影響の排除や,さらなる電波の有効利用を可能とする技術の 開発が待望されている。

郵政省では電波の監視および不法無線局・違法無線局の探 査などを行うための電波監視システム(DEURAS)の整備を している。DEURASでは不法無線局などの位置を特定するた めに,電波の到来方向推定技術を用いている。

また,次世代の移動体通信システムにおいては,所望の方 向の電波だけを受信して不要波を除去するシステムが望まれ る。この技術はアダプティブアレーと呼ばれ,同一セル内で 同一チャネルを使用できるため,周波数の効率的利用を図る ことができると期待されている。

到来方向推定やアダプティブアレーは複数個のアンテナを 配列したアレーアンテナを用いて実現される。おのおののア ンテナから出力される信号の振幅および位相データに信号処 理を施すことにより,所望の指向性パターンを作ることや, 各到来波の到来方向,電力レベル,伝搬遅延時間,偏波,相 互相関などの信号パラメータを推定することが可能となる。 以下にアレー信号処理による高分解能到来方向推定技術につ いて述べ,各到来方向推定アルゴリズムの性能評価の結果を 示す。

之 高分解能到来方向推定技術

2.1 到来方向推定技術の歴史

単一到来波の到来方向推定は従来干渉計(interferometer) の原理を用いた推定方法が知られている。これは2素子アレー の位相差から推定を行うもので,装置も比較的簡易な構成で すむために現在でもよく使用される。一方,多重到来波の到 来方向推定ではフーリエ変換と同じ原理であるビームフォー マ法(beamformer)が従来の方法として知られていた。これ はアレーアンテナのメインローブを走査して,電力が大きく なる方向を探す方法である。その後,アレーアンテナのヌル を走査して方向推定を行うことにより分解能を向上させた線 形予測法(LP)が登場した。これはメインローブはある幅を もっているのに対して,ヌルは鋭いという性質を利用して高 い角度分解能を実現したものである。1980年代からは超分解 能(super resolution)と呼ばれるアレー入力の相関行列の固 有値展開を利用した MUSIC¹¹やESPRIT³¹が提案され,現在では それらを改良した推定法^{51,61}が数多く提案されている。これら の推定法の特徴を表1に示す。

表1 到来方向推定技術 DF techniques

推定法	推定法 適用範囲 基本原理		主な計算
interferometer	単一波	干涉計	方向サーチ
beamformer	多重波	ビーム走査	方向サーチ
LP	多重波	ヌル走査	方向サーチ
MUSIC	多重波	ヌル走査	固有値展開 方向サーチ
ESPRIT	多重波	多次元干涉計	固有値展開

2.2 interferometer (干渉計)による到来方向推定

干渉計の原理に基づき,2素子アレーの受信信号の位相差か ら単一到来波の到来方向を推定することができる。図1のような素子間隔dの2素子アレーに波長の平面波が角度 1か ら到来しているとき,アンテナ素子#1,#2で受信される複素 信号をそれぞれx(t);x(t)とすると,x(t)は

$$x_2(t) = x_1(t) \exp(-j^2 d\sin t) + n(t)$$
 (1)

$$= x(t)\exp(-j) + n(t)$$
 (2)

となり, x(t)より位相が だけ遅れているものと表すことが できる。ここで, r(t) は白色ガウス雑音を表す。この位相差



はアンテナ #1 とアンテナ #2の伝搬経路が dsin 1 だけ異な るために生じるものであり,次式から求めることができる。

$$= \arg[E[x_{1}(t)x_{2}(t)^{*}]] = \frac{2}{d} \sin t$$
(3)

ここで,*は複素共役を表す。また,E[.]は期待値を表し, 実際の推定に用いる評価式では時間平均としている。arg[.]は 複素数の位相成分を表す。位相差 が求まれば到来方位 1を 計算により求めることができるが,推定精度を向上させるた めに次のような方法をとる。何組かの2素子アレーを用い,素 子 iの角度 からの到来波に対する複素受信応答a()をあら かじめ求めておいてから,次の評価関数を導入する。R)が 最大となる角度が到来方向 1と一致する。

$$P(\)=1/ \frac{E[x(t)x(t)^{*}]}{E[x(t)^{2}]E[x(t)^{2}]}$$

$$- \frac{a(\)a_{i}(\)^{*}}{a(\)a_{i}(\)}$$
(4)

2.3 MUSIC による到来方向推定

MUSIC (MUltiple SIgnal Classification)は相関行列の固有値 と固有ベクトルを用いた推定法である。図2のように素子間 隔dの M素子等間隔リニアアレーに平面波がK波到来してい て,各到来波の信号波形と到来角が $F_k(t)$, k(k=1, 2, ..., K)と表されるとき,各素子における各到来波の位相応答を表す 方向ベクトルa(k)は

$$a(\kappa) = [1, \exp(-j^2 \ dsin \kappa)],$$

..., exp - $j^2 \ (M - 1) \ dsin \kappa)^{T}$ (5)



で与えられる。ここで,上添字Tは転置を表す。よって,入 カベクトルは次式で表される

 $X(t) = [X_1(t), X_2(t), ..., X_M(t)]^T$ (6)

$$= \sum_{k=1}^{K} F_{k}(t) a(k) + N(t)$$
 (7)

$$= AF(t) + N(t)$$
(8)

$$A = [a(1), a(2), ..., a(\kappa)]$$
(9)

 $F(t) = [F_1(t), F_1(t), ..., F_k(t)]^T$ (10)

上式において N(t) は熱雑音ベクトルであり,その成分は 平均が0で分散(電力)が²の独立な複素ガウス過程である。 このとき,素子間の相関特性を表す相関行列は次式で与えら れる。

$$R_{xx} = E[X(t)X^{H}(t)] = ASA^{H} + {}^{2}I$$
(11)

$$S = E[F(t)F^{H}(t)]$$
(12)

ここで,上添字Hは複素共役転置を表す。到来波が互いに 無相関であれば信号相関行列SのランクはKとなる。また, 方向行列AもランクはKである。したがって,この場合の相 関行列 R_{α} はランクKの非負定値エルミート行列となる。この 行列の固有値 $_{i}(i=1,2,...,M)$ は実数となり,

$$1 \ge 2 \ge ... \ge K \ge K+1 = ... = M = 2^{2}$$
 (13)

という関係をもつ。したがって,相関行列の固有値を求め, 熱雑音電力²より大きい固有値の数から到来波数 Kを推定す ることができる。また,固有値 *i*(*i*=1, 2, ..., *M*)に対応する 固有ベクトルを*ei*(*i*=1, 2, ..., *M*)とすると, *M*次元のエルミ ート空間の正規直交基底ベクトルとして扱われる。この空間 は信号空間 *span*{*ei*, ..., *ek*}と雑音空間 *span* {*ek*+1, ..., *eM*}の 二つの部分空間にわけることができ,信号空間と雑音空間は 互いに直交補空間の関係にある。*span*{*ei*, ..., *eM*}はベクトル *ei*(*i*=1, ..., *M*)で張られる空間とする。また,信号空間は方 向ベクトルを用いて *span*{*a*(1),...,*a*(κ)}と表すことがで きる。したがって,熱雑音電力に等しい固有値に対応する固 有ベクトルはすべて到来波の方向ベクトルと直交することに なる。そこで,次式のような評価関数を定義する。

$$P() = \frac{a^{H}()a()}{M}$$
(14)
$$e_{i}^{H}a()^{2}$$

これは MUSIC スペクトラムと呼ばれ, に対するスペクト ラムの K 個のピークが到来方向 k(k=1, 2, ..., K)となる。な お,式(13)からわかるように,熱雑音電力に等しい最小固 有値が少なくとも一つ必要なため,アレーの素子数は M≥K+ 1が必要条件となる。

2.4 Root-MUSICによる到来方向推定

Root-MUSIC²は, MUSICのスペクトラム関数の解をピーク サーチせずに数値計算により求める方法である。MUSICは任 意のアレーに適用できるが, Root-MUSICは等間隔のリニアア レーに限定される。そこで,先程と同じく図2のように素子 間隔 dの K素子等間隔リニアアレーで到来波数が Kの場合につ いて考える。まず,方向ベクトルa()を次式のように変形す る。

$$a() = [1, \exp(-j^2 dsin),$$

..., $\exp(-j^2 (M-1)dsin)]^T$ (15)

$$= [1, z, z^{2}, ..., z^{(M-1)}]^{T}$$
(16)

$$= p(z) \tag{17}$$

p(z)を使って,次のRoot-MUSIC多項式を定義する。

$$Q(z) = \prod_{i=K+1}^{M} p^{T}(z^{-1}) e_{i} e_{i}^{H} p(z)$$
(18)

式(14)の分母は z =1のとき,式(18)に一致する。そこで, Q(z)の解を求め,単位円(z =1)上にある2重根zk(k=1,2, ...,K)を求める。

$$z_k = \exp(-j^2 d\sin k)(k = 1, 2, ..., K)$$
 (19)

から,到来方向 k(k=1,2,...,K)を求めることができる。 2.5 ESPRITによる到来方向推定

ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)を用いて到来方向推定を行うには,まったく同じように配列構成されたアレーアンテナを二つ必要とする。これらの二つのアレーをサブアレーと呼び,一方の





アレーをある距離だけ移動させたときに他方のアレーと重な るとすると,この移動によるアレーの位相回転量を求めるこ とにより到来方向を推定する。サブアレーは任意のアレーで よいが,ここでは図2のような素子間隔dのM素子等間隔リニ アアレーを用いて推定を行うとし,到来波数はK波であると する。アレーの入力ベクトルは式(8)と同様に,

$$X(t) = AF(t) + N(t)$$
(20)

で表される。M素子等間隔リニアアレーでは図3のように二 つのサプアレーで構成されていると考えることができる。そ れらの方向ベクトルはexp(-j² dsin)だけ異なるため, 次式のようになる。

$$J_1 A = J_2 A \tag{21}$$

$$= diag[exp(-j^{2} dsin_{1}), exp(-j^{2} dsin_{2}),$$

..., exp(-j^{2} dsin_{\kappa})] (22)

まず, MUSICと同様に相関行列の固有値 ;(*i*=1, 2, ..., *M*) を求めると熱雑音電力値より大きい固有値の数から到来波数 *K*を推定することができる。また,信号の固有値 ;(*i*=1, 2, ..., *K*)に対応する固有ベクトル*e*;(*i*=1, 2, ..., *K*)が張る部分空間 *span*{*e*1, ..., *e*κ}および方向ベクトルが張る部分空間*spar*{*a*(1), ..., *a*(κ)}はどちらも信号部分空間となるため

$$E_s = AT$$
 (23)

$$E_{S} = [e_{1}, e_{2}, ..., e_{K}]$$
 (24)

となる K次の正則な行列 Tが唯一存在する。ここで,行列 Es



の1行目から *M* - 1行目までと2行目から *M*行目までなる二つの(*M* - 1) × *K*次の部分行列 *Ex*, *Ey*を取り出すと次式のように表される。

$$E_X = J_1 A T \tag{25}$$

$$E_Y = J_2 A T = J_1 A T \tag{26}$$

式(25)と式(26)から,次式の関係が得られる。

$$E_Y = E_X \tag{27}$$

$$= 1^{-1} \qquad (28)$$

式(27)から K次の行列 を求める。 の求め方には正方行 列でない Ex の逆行列である擬逆行列を用いて式(27)を解く LS(Least-Squares)-ESPRIT[3]と, Ex, Ey両方に含まれる誤 差の影響を最小にする TLS(Total-Least-Squares)-ESPRIT[3] があるが,通常は精度の高いTLS-ESPRITが使用される。この ようにして得られた の固有値 k(k=1, 2, ..., K)を求めれば, それが の対角成分となる。そのため,到来方向 kを式(22) から求めることができる。

2.6 到来方向推定装置

図4に到来方向推定装置の系統図を示す。このような到来 方向推定装置に適用される受信機は広帯域,広ダイナミック レンジの基本要求性能の他に,各受信系統において位相変動 が異ならないように,局部発信器を共通にする必要がある。 また,アンテナと受信機間などの電気長誤差や受信フィルタ 特性の経時変化などによる位相誤差を校正するために,アン テナ入力に試験信号を供給する校正用信号発生器が必要であ る。

·3 性能評価

各到来方向推定アルゴリズムの性能を計算機シミュレーシ ョンにより評価した。アレー構成は8素子半波長等間隔リニア アレーとした。相関行列は100個のデータサンプル値を用いて 時間平均により求めた。このサンプル値の数をスナップショ ット数と呼ぶ。スナップショット数を増やせば推定精度は良 くなるが,相関行列を求めるための処理に時間がかかる。例 えばスナップショット数を10倍にすると, SNRを10dB改善す るのと同じ効果があるが,相関行列を求める処理時間が10倍 となる。この処理は各アルゴリズムに共通である。信号の電 力値は1とし、SNRは雑音の電力値²に対する第1波の電力値, すなわち, SNR=10 log (1/2) [dB]で定義した。それ以外の パラメータはそれぞれの評価によって異なる。interferometer はすべてのアンテナの組み合わせの平均により推定を行い、 ESPRITはTLS-ESPRITを使用した。また, interferometerおよ び MUSICのスペクトラムは0.1 度単位で求め, Root-MUSICお よび ESPRIT は上記の二つのアルゴリズムと推定桁数を合わせ るために,推定値の小数点第2位を四捨五入した。

3.1 処理速度評価

まず,各アルゴリズムの処理時間を測定した。到来波が1波 から5波までの場合の各アルゴリズムの処理時間を図5に示 す。ただし,interferometerについては到来波が1波のときに しか推定を行うことができないため,1波のときの処理時間の みを示している。処理時間はPentium MMX 200MHzのPCで 100回試行したときの平均値とした。到来波が1波のときには ESPRITに対して Root-MUSICは10倍,MUSICは60倍,



図5 到来波数に対する処理時間

Processing time as function of number of incident waves

interferometerは120倍の処理時間となった。到来波数が多く なると各アルゴリズムの処理時間の差は少なくなり, 到来波 が5波のときにはESPRITに対してRoot-MUSICは2倍, MUSICは6倍となる。interferometerはすべてのアンテナの組 み合わせの平均により推定を行っているため処理時間が長い。 しかし、推定精度は犠牲になるが組み合わせの数を減らすか、 方向サーチの角度ステップを大きくしてやれば処理時間を短 縮することができる。MUSICは到来波数が増えると処理時間 が少なくなっていく。これはスペクトラムを算出するときに 使用する雑音の固有ベクトルの数が少なくなっていくためで あり,それに伴い平均効果が少なくなるので推定精度が劣化 する。MUSICも方向サーチの角度ステップを大きくすれば処 理時間を短縮することができる。相関行列の固有値分解の処 理時間よりも方向サーチするためのスペクトラムを算出する 処理時間のほうが支配的な場合には,角度ステップ単位を10 倍にすれば処理時間は1/10となる。すなわち MUSIC スペクト ラムを1度単位で求めた場合には,図5のMUSICの処理時間 が約1/10になる。Root-MUSICは到来波数に関係なくほぼ一定 の処理時間となる。また,Root-MUSICでは方向サーチを行わ ず方程式を直接解くために, MUSICに比べて処理時間が短い。 ESPRIT はすべてのアルゴリズムの中で最も高速であるが,到 来波数が多くなると処理時間は長くなる。ESPRIT は到来波数 と同数の信号の固有ベクトルを用いて推定を行うためである。 MUSICやESPRITでの相関行列の固有値分解やRoot-MUSICで の多項式の解の算出は反復法のため,使用するアルゴリズム や収束条件により処理時間は異なる。ここでは相関行列の固 有値分解にはユニタリ行列によって3重対角化をした後に, QR法により収束させるアルゴリズムを使用して,8次の行列 の固有値分解を約2msで行っている。

3.2 到来方向に対する性能評価

サーキュラーアレーのような平面アレーでは - 180度から 180度まで到来方向を推定することができるが,リニアアレー では原理的に - 90度から90度までしか推定することができな い。また,到来方向によって推定精度が変化する。そこで, 各アルゴリズムの到来方向に対する性能を評価した。到来波 は1波とし,SNRは20dBとした。このときに到来方向を0度 から90度まで変化させたときの到来方向推定結果のRoot Mean Squared Error (RMSE)を求めた。図6に結果を示す。 どのアルゴリズムも70度を超えるあたりから急激に誤差が大 きくなっている。これは到来方向に対して式(3)からわかる



ように各アンテナの位相応答がsin に比例するためである。 0度付近ではsin の変化が大きいので推定精度が良いが,90 度付近ではsin の変化がほとんどないために推定精度が劣化 する。到来方向が80度でもRMSEは0.3度程度であるので,1 度の誤差を許容できるアプリケーションであれば問題はない。 しかし,SNRが小さい場合やアンテナ配置誤差がある場合な どではさらに推定精度は劣化するため,できるだけ0度付近で 使用するようにアレーの配置を行ったほうが良い。

3.3 SNR に対する性能評価

到来波が1波で45度から到来しているときの各アルゴリズ ムのSNR に対する性能を評価した。図7に結果を示す。到来 方向を45度としたが,到来方向に対する性能評価の結果から わかるように,60度以内であれば推定精度の違いはほとんど ないと思われる。どのアルゴリズムもSNRが-5dB程度で推 定が困難となった。例えば,interferometerやMUSICでは真の 到来方向を示すピークが鈍ってしまうため,偽像が示す方向



を到来方向と推定してしまう。また, MUSICやESPRITなど の相関行列の固有値分解を利用するアルゴリズムでは信号の 固有値と雑音の固有値の区別がつきにくく到来波数を正確に 推定することが困難となるが,ここでは到来波数は間違いな く推定できたものとして処理を行った。SNR が0dBのときに は1度程度の推定誤差はあるものの100%推定することができ た。ESPRITは他のアルゴリズムに比べ,1.3倍ほど推定誤差 が大きくなった。MUSICとESPRITについて推定精度の違い について考察してみる。この評価ではアンテナ8本,到来波1 波であるため, MUSICでは式(14)の評価関数において7個 の雑音の固有ベクトルを用いて推定を行っているが, ESPRIT では1個の信号の固有ベクトルだけで推定を行っている。その ため, MUSIC は平均の効果により, ESPRIT に比べて推定精 度が良くなる。しかし,到来波数が多くなると,雑音の固有 ベクトルの数が減るために MUSICの推定精度は劣化し, ESPRITとの推定精度差が小さくなると考えられる。

3.4 アンテナ配置誤差に対する性能評価

ミリ波などの高周波では波長が短いため,アレーアンテナ の素子間隔を非常に小さくしなければならない。そのため, 高精度にアンテナを配置することが要求されるが,実際には アンテナ配置に誤差が生じてしまう。そこで,アンテナ配置 誤差の推定精度に対する影響を調べた。到来波は1波で到来方 向は45度とし,SNRは20dBとした。等間隔としている各アン テナの素子間距離が0%から10%の一様分布で誤差をもつと きの推定結果のRMSEを図8に示す。アンテナ配置誤差が 10%のときには,1度以上の推定誤差となってしまうことがわ かる。ESPRITおよびinterferometerはアンテナ配置誤差の影 響が大きいのに対して,MUSICおよびRoot-MUSICは影響が









小さい。interferometerやMUSICではアレーアンテナの応答値 をあらかじめ測定しておくことでアンテナ配置誤差の影響を 除去することができる。しかし,Root-MUSICやESPRITでは 等間隔リニアアレーであることを前提としているので,アン テナ配置誤差の影響は無視できない。そのため,アンテナ配 置誤差を極力なくす必要がある。

3.5 2波の到来方向差に対する性能評価

到来波が2波の場合の到来方向差に対する性能評価を行っ た。第1波は45度から到来しているとし,第2波の到来方向を 15度から42度(到来方向差30度から3度)まで変化させた。 到来波間の相関はなく,電力は等しいものとし,第1波に対す る SNR を 20dB とした。第1 波の推定結果に対する RMSE を図 9に示す。到来方向差が10度以上のときには、すべてのアル ゴリズムで同じカーブとなっている。到来方向差が10度以下 になるとMUSICの推定誤差が次第に大きくなった。到来方向 差が3度のときには, MUSICは30%以上の確率でMUSICス ペクトラムの二つのピークが重なってしまい,2波を分離でき なくなった。そのため, MUSICは到来方向差が5度以上の場 合に対して RMSE を示した。一方, Root-MUSIC および ESPRITは到来方向差が3度のときでも100%分離することが できた。MUSICは方向サーチをする角度ステップにより分解 能力が決まってしまうのに対して,Root-MUSICおよび ESPRIT は方向サーチを必要とせず,直接数値計算により値を 求めることができるために高い分解能となる。

3.6 2波の相関に対する性能評価

到来波間の相関に対する性能評価を行った。第1波は45度, 第2波は15度から等電力で到来し,第1波に対するSNRを 20dBとした。相関係数を変化させたときの第1波の推定結果



図10 相関係数に対するRMSE RMSE as function of correlation coefficient

に対する RMSE を図 10 に示す。ここで,相関係数 は以下の 式で定義される。

$$\rho = \frac{E[F_{1}(t)F_{2}^{*}(t)]}{E[F_{1}(t)^{2}]E[F_{2}(t)^{2}]}$$
(29)

相関係数が1に近付くほど,どのアルゴリズムも誤差が大きく なり,相関係数が1のときに推定できなくなった。これは MUSICやESPRITは到来波間の相関がないことを前提とした アルゴリズムであるためである。とくにESPRITは相関が高い ほど推定誤差が大きくなった。相関がないときのESPRITの推 定誤差はMUSICの1.3倍であるのに対して,相関係数が0.98 のときには1.7倍に悪化した。

同一波源からの信号でなければ,スナップショット数を増 やすことで各到来波間の相関を0に近付けることができる。し かし,反射,散乱,回折などによって起こるマルチパス環境 では各到来波は完全相関(coherent,相関係数1)となり推定 はできない。このような場合には相関行列に空間平均法4)を用 いて各到来波間の相互相関を抑圧すると,これらのアルゴリ ズムによって到来方向を推定することができる。

4 _{ਹਰਾ}

アレー信号処理による高分解能到来方向推定技術について

ここに述べた。各アルゴリズムの性能評価を計算機シミュレ ーションにより行ったところ,8素子半波長等間隔リニアアレ ーで到来波が1波および2波の環境においては,ESPRITより もMUSICの方が推定精度が良く,とくにRoot-MUSICは全般 的に優れているという結果となった。ESPRITは推定精度の面 では他のアルゴリズムに劣ったが,処理が高速であるため, 方位角と仰角の同時推定⁶⁾などの多次元の推定では優位性があ る。

今後は実験によりアルゴリズムの有効性や,実際のアンテ ナで生じる反射,回折等が推定精度にどのような影響を与え るかについて確認し,製品への応用を図って行きたい。

参考文献

- R.O.Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans., vol. AP-34, No.3, pp.276-280 (Mar.1986)
- 2) B.D.Rao and K.V.S.Hari, "Performance Analysis of Root-MUSIC," IEEE Trans., Acoust., Speech, Signal Processing, vol. ASSP-37, No.12, pp.1939-1949 (Dec. 1989)
- R.Roy and T.Kailath, "ESPRIT-Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans., vol. ASSP-37, pp984-995 (July 1989)
- 4) T.J.Shan, et al., "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE Trans., vol. ASSP-33, pp.806-811 (Aug.1985)
- 5) M.Haardt and J.A.Nossek, "Unitary ESPRIT : How to Obtain Increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, No.5, pp.1232-1242 (May 1995)
- 6) M.D.Zoltowski, M.Haardt, and C.P.Mathews, "Closed-Form 2-D Angle Estimation with Rectangular Arrays in Element Space or Beamspace via Unitary ESPRIT," IEEE Trans., vol. SP-44, No.2, pp.316-328 (Feb.1996)
- 7) S.U.Pillai, "Array Signal Processing," Springer-Verlag New York Inc. (1989)
- 8) 菊間, "アレーアンテナによる適応信号処理,"科学技術出版, 平成 10 年